

研究テーマ	構造形態創生法の応用によるヴァイオリン駒のトポロジカルデザイン	報告書作成者	鮫島俊哉
研究従事者	鮫島俊哉		
研究目的	「構造形態創生法」は建築構造力学の分野で開発されたトポロジー最適化の一種であり、これまでにない斬新な建築形態を生み出している[1]。図 1 は、構造形態創生法によって設計され、実際に施工された建築物の事例である。構造形態創生法では、進化的構造最適化法 (Evolutionary Structural Optimization Method : ESO 法) というトポロジー最適化が利用されており、その基本アルゴリズムは以下のようなものである。 Step0: 設計目的関数を設定する Step1: 構造体の初期設定の形態を有限要素メッシュで離散化する Step2: 構造体の有限要素解析を実行する Step3: それぞれの有限要素に対する、目的関数の感度を計算する Step4: 最も大きい感度を示す有限要素を取り除く Step5: 所望の最適解が得られるまで、Step2 から 4 を繰り返す 本研究では、これを音響システムのデザインへ応用する。デザイン対象として図 2 に示すようなヴァイオリンの駒を取り上げ、その物理場の数値解析と設計目的関数を適合させる改良を施す。既往の研究[2]で、理想的な駒では、それぞれの弦がかかる位置に発現する弾性主軸が、図 3 に示すように全て魂柱のほうを向いているという実測結果が得られている。本研究では、このことを弾性力学的目的関数へ翻訳することで、ESO 法を応用することを試みた。提案法により、既存の駒を用いるよりも格段に優れたヴァイオリンの音響的性能が自然に発露するような新規形態を創生する。さらにそれを基にして、音響的機能に適合した合理的美しさ:「音響美」を有する駒を制作・実体化する。 [文献] [1] 大森博司, “構造形態創生法の開発と今後,” 建築雑誌, 120 (1532), 46–49 (2005). [2] 近藤正夫, 岸憲史, 小嶋卓, 久保田秀美, “日本におけるバイオリンの研究,” 音響学会誌, 46, 854–863 (1990).		



図 1 構造形態創生法によって設計された建築物の事例 (文献[1]の Fig.4 より引用)

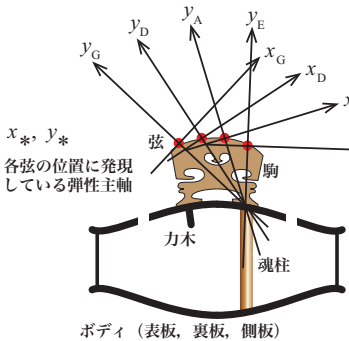


図 3 理想的な駒における弾性主軸の方向



図 2 ヴァイオリンの駒

研究内容

① ヴァイオリン駒の物理場数値解析の実装と高精度化

構造形態創生法を適用するために必要となる、設計対象物の物理場の数値解析を実装する。ヴァイオリン駒は、シェル振動場として物理モデル化し、その支配方程式を有限要素法(FEM)によって数値解析する。

② 構造形態創生法を応用するための各種定式化

ヴァイオリン駒において、弦のかかる位置に発現している平行機械インピーダンス行列を考える。その概念図を図4に示す。 $x-y-z$ 座標系を z 軸周りに θ 回転させた $\hat{x}-\hat{y}-\hat{z}$ 座標系で見た場合の平行機械インピーダンス行列が対角行列となる場合、 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ を弾性主軸という。加振力の方向が弾性主軸に一致している場合には、その加振力によって生じる振動変位は弾性主軸の方向成分しか有しないという性質がある。

ヴァイオリン駒は、図5に示すような $x-y-z$ 空間内におかれたシェルであるとする。図中、弦のかかる位置を a と示している。シェル要素を用いたFEMにより多自由度運動方程式を構成する。FEMの特性マトリクスの縮小により a 以外の自由度を除去することで、弦のかかる位置に発現している平行機械インピーダンス行列を得る。弾性主軸とした方向を $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ とし、平行機械インピーダンスを $\hat{x}-\hat{y}-\hat{z}$ 座標系へ変換する。構造形態創生法における目的関数を、当該の平行機械インピーダンス行列における非対角成分の対角成分に対する比として定式化を行う。この目的関数の有限要素に対する感度の計算法についても定式化を行う。

③ ヴァイオリン駒の形態創生ソフトウェアの作成とそれによる新規形態創生

上記①②を構造形態創生法におけるESO法に組み込むことで、ヴァイオリン駒の形態創生が可能となるソフトウェアを作成する。当該ソフトウェアにより、実際にヴァイオリン駒の形態のトポロジー最適化を試みる。出力された新規形態が所期の音響的性能を伴っているか確認する。

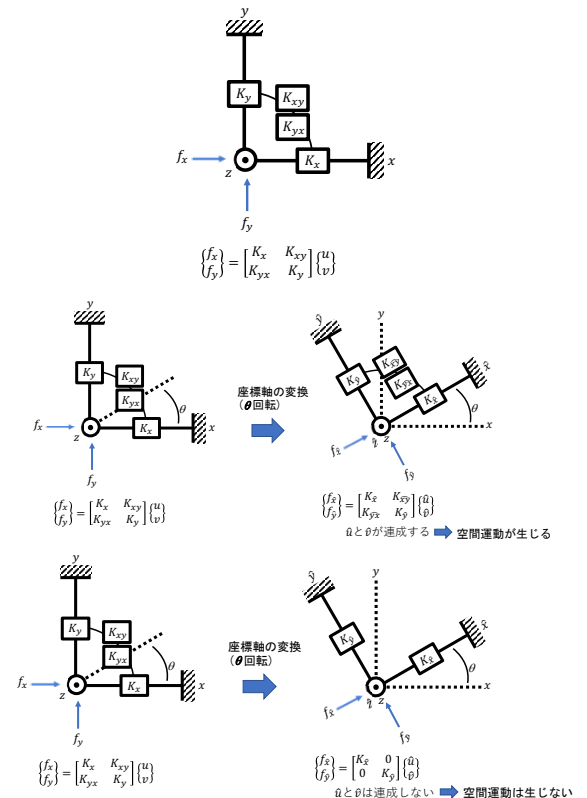


図4 駒の弾性主軸の概念図

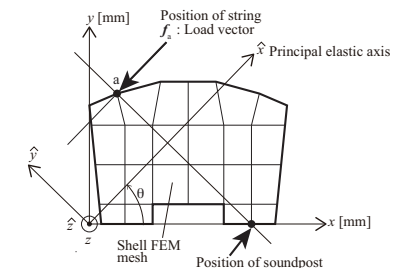


図5 駒の物理モデル化

研究のポイント	① ヴァイオリン駒の物理場数値解析の実装と高精度化 ヴァイオリン駒をシェル振動場として物理モデル化し、その支配方程式を FEM によって数値解析する。 ② 構造形態創生法を応用するための各種定式化 構造形態創生法における設計目的関数として、弦がかかる位置に発現する弾性主軸が魂柱を向くようにするための定式化を新たに行う。その目的関数の有限要素に対する感度の計算法も新たに定式化する。これらによって、構造形態創生法のエンジンである ESO 法を適用することが可能となる。 ③ ヴァイオリン駒の形態創生ソフトウェアの作成とそれによる新規形態創生 提案手法は、ヴァイオリン駒の形態創生が手軽に実行できるソフトウェアとして実装する。そのソフトウェアを用いて、ヴァイオリン駒の形態のトポロジー最適化を試みる。
研究結果	提案手法を実装したソフトウェアを用いて、ヴァイオリン駒の形態創生を行った。説明書の図 6 に示すような幾何学的条件を初期形態とした。材質はカエデを想定し、説明書の表 1 に示す物性値を設定した。 まず、G 線の弦がかかる位置の弾性主軸を、図 6 に示す $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 軸の向き ($\hat{y}$ 軸が魂柱がある方角) になるように目的関数を定めた。図 7 に、駒の形態の進化過程を示す。濃淡はそれぞれの有限要素に対する目的関数の感度の大きさを示しており、濃い部分が感度が大きいことを表している。構造形態創生法では、感度が最も大きい有限要素が削られていくことになる。図 8 に、目的関数の進化過程を示す。駒の形態が進化するにつれて、目的関数値が減少している。これより、提案手法が所望の機能を確かに有していることが分かる。 図 9 および図 10 は、D 線の弦がかかる位置の弾性主軸を対象とした場合の結果である。この場合も目的関数値が減少していることがわかるが、得られた駒の形態は、G 線を対象とした場合のそれと異なるものとなった。
今後の課題	提案手法によって得られた新規形態の駒の試作と実測、もしくは計算機シミュレーションによって、その駒の性能評価を行う。鯨島は過去の研究で、擦弦楽器のボディのダイナミクスを考慮した 3 次元の擦弦振動解析法を既に構築している。それを用いて、新規形態の駒を用いた場合の擦弦振動を解析し、弦の 3 次元空間運動およびヴァイオリンの演奏のしやすさの観点から、性能評価を行うことを考えている。 さらに、提案法をヴァイオリン以外の各種音響システムへも応用することで、既存の音響システムとは一線を画するような、格段にレベルの高い音響的性能を発現する、思いもよらない新規形態を見出せる可能性がある。かつて、建築家のルイス・サリヴァンは、「形態は機能に従う」ということばを残したが、それに対する音響振動学の立場からの、以下の哲学的問い：(1)形態は音響的機能に従うか？ (2)「音響美」は存在するか？ に対して解答を提示できる可能性もある。さらにその解答は、各種音響システムの形態的観念(楽器やコンサートホールとはこんなかたちをしているもの、といった固定観念)を一新することになるかもしれない。

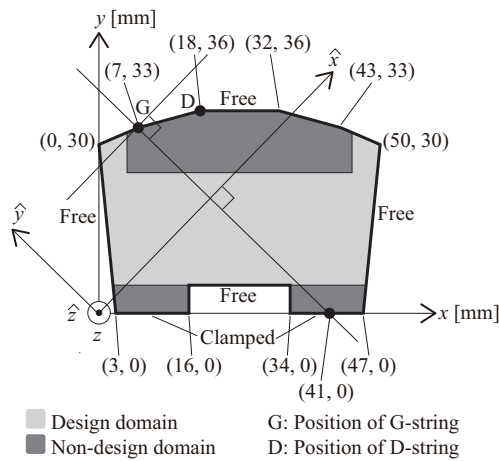


図6 計算条件の設定:幾何学的条件

表1 計算条件の設定:物性値	
密度 [kg/m ³]	556
ヤング率 [Pa]	8.92×10^9
ポアソン比	0.14
厚み [m]	2.0×10^{-3}
有限要素数	2200

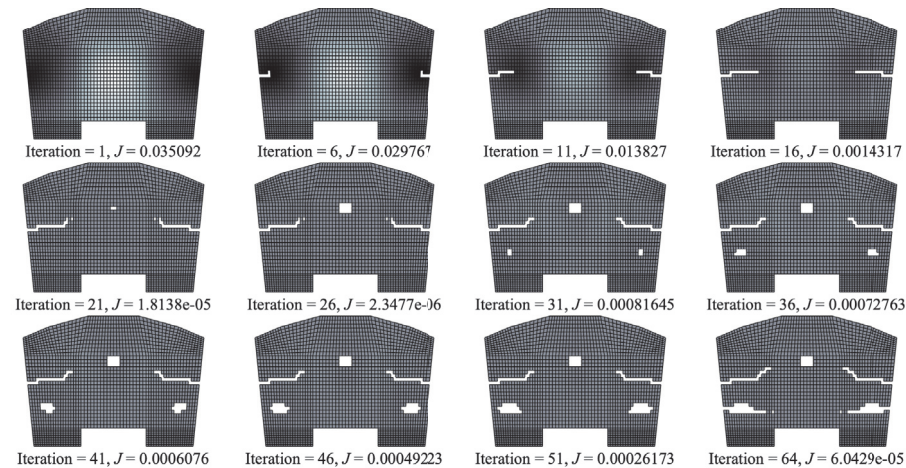


図7 駒の形態の進化過程:G 線にかかる位置の弾性主軸を対象とした場合

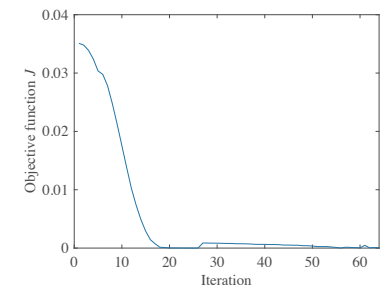


図8 目的関数値の進化過程:
G 線にかかる位置の弾性主軸を
対象とした場合

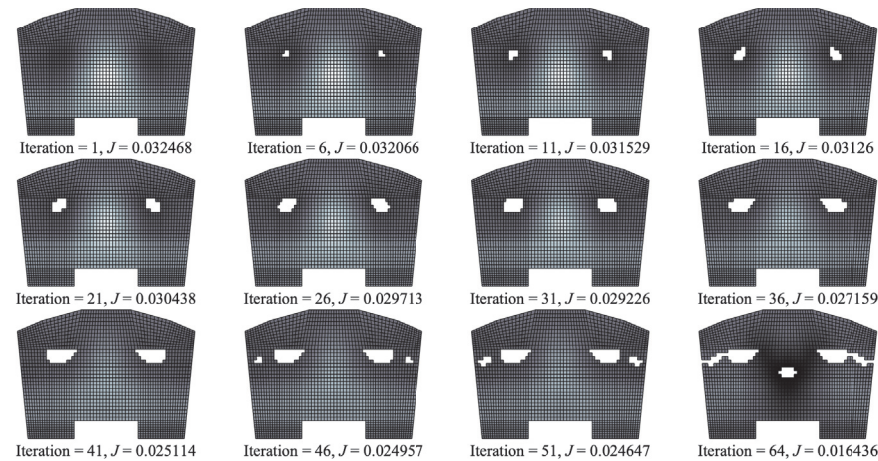


図9 駒の形態の進化過程:D 線にかかる位置の弾性主軸を対象とした場合

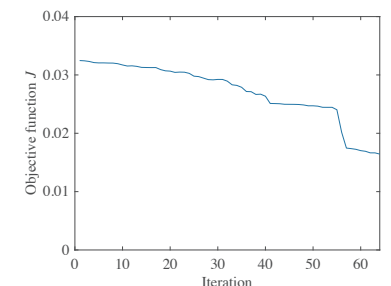


図10 目的関数値の進化過程:
D 線にかかる位置の弾性主軸を
対象とした場合