

研究概要報告書【サウンド技術振興部門】

( / )

研究題目	高精度数値解析によるインドの伝統打楽器「タブラ」のデザイン	報告書作成者	鮫島俊哉
研究従事者	鮫島俊哉 荒木陽三		
研究目的	<p>膜鳴楽器は、薄い材料でできたヘッドを面状に張り、それを振動させることによって音を出す楽器であり、その演奏法は手やバチでヘッドを打つものが多い。膜鳴楽器はメロディを奏でる弦楽器などと異なり、ヘッドの物理モデルとなる膜の振動の性質上、一般的にはピッチ(音の高さ)感はない。しかし、ピッチ感を有する膜鳴楽器も少なからず存在する。ティンパニはその代表的な例であり、オーケストラの楽譜では五線譜を用いてティンパニの音階が示される。ティンパニが明瞭なピッチ感を有する理由の一つは、ヘッドの振動とケトル内外の空気の振動(すなわちティンパニ周囲の音場)が連成することにより、ヘッドの固有モード周波数が変化して整数比に近づくことである。</p> <p>ところで、ティンパニ以外にもピッチ感を有する膜鳴楽器として、説明書の図 1 の写真に示すようなインドの伝統打楽器「タブラ(tabla)」がある。一般的な「タブラ」では、ヘッドの中心部分に炭・酸化鉄・澱粉などが塗られている。このようにヘッドの材料特性をあえて不均一にすることで、低次の多くの固有モード周波数が、説明書の図 1 のように変化し、その周波数比が整数倍に近くなり、ピッチ感が生じている。既往の研究では、ヘッドの振動場のみが物理モデル化され、材料特性としては密度のみに絞られて、「ヘッドの中心部分の密度が大きくなることで、固有モード周波数が整数比に近くなる」という解釈が、簡略化された物理解析に基づいて与えられる場合が多かった。しかし密度ばかりではなく、曲げ剛性(厚さ、ヤング率)も不均一になっているであろうことは、容易に想像できる。さらに、ティンパニの場合がそうであるように、ケトル内外の音場とヘッドの振動の連成も、ピッチ感に影響を与えているのかもしれない。</p> <p>このような背景の元、本研究では、「タブラ」の物理的動特性の支配方程式を、なるべく精密な振動・音響物理モデリングに基づき構築する。その支配方程式は、差分法(FDM)や有限・境界要素法(FEM・BEM)のような一般的な数値解析手法に比べて、小さい計算負荷で格段に高精度な数値解が得られるスペクトル法(Spectral Method)によって解析する。これらにより、「タブラ」の振動・音響物理現象のディテールを把握できる精度を有する数値解析ツールを実現し、それを活用することで、既存の「タブラ」のさらなる性能向上、および新規形態の提案(代替材料の提案も含む)を目指したデザインを行う。</p>		

研究内容	<p>「タブラ」の構成要素は、説明書の図2に示すように、バター・ヘッド、ケトル、ケトルとバター・ヘッドで囲われた内部の閉空間の音場、および外部の開空間の音場と考える。既往の研究では、ヘッドは曲げ剛性が無視された理想円形膜として物理モデル化し、ヘッドとケトルの相互作用や音場は近似的に取り扱うか無視することが一般的であった。本研究では、ヘッドについてはその張力・曲げ剛性・支持条件が精密に考慮された薄板の振動場として物理モデル化する。さらに、ヘッドの密度・厚さ・張力・曲げ剛性・これらの場所依存性についても精密に考慮する。それに加えて、ケトルについてもシェル振動場として物理モデル化して、それらの支配方程式を厳密に構築する。音場については音波に関する波動方程式を支配方程式として採用し、そのケトル内部・外部音場とヘッド・ケトルの振動場との連成の影響も厳密に数学表現する。また、ヘッドを打つ手(またはバチ)についても、それを非線形バネ定数と質量を有する 1 自由度の弾性体として物理モデルに入れる。</p> <p>楽器音響物理学の既往の数値解析では、FDM, FEM, BEM が一般的に用いられている。しかし実際の楽器は、その構成要素と動作機構、構成要素同士の相互作用が非常に複雑なシステムであり、その支配方程式について物理的に意味のある数値解を得るためには、膨大な時空間メッシュを設定しなければならず、必然的に計算負荷が増大してしまう。楽器のデザインプロセスに数値解析を有意性を伴って導入するためには、計算負荷を増大させずに物理的に意味のある高精度な数値解を得る必要があるが、既存の FDM, FEM, BEM などではこれに応えることが難しい。これに応えることができる数値解析手法が、近年著しく発展しているスペクトル法(Spectral Method)であり、その導入が本研究におけるキーポイントとなる。「タブラ」のそれぞれの構成要素の支配方程式が構築できたら、それをスペクトル法によって高精度に数値解析する手法を構築する。さらにそれらを適切かつ厳密に連成して、「タブラ」全体系としての振動-音響連成場を数値解析する手法として組み立てる。</p> <p>構築した数値解析手法により、実際に「タブラ」の新規形態デザインを行う。具体的には、よりピッチ感が明瞭となるような「タブラ」の開発のため、その固有周波数比が整数倍にできうる限り近くなることを設計目標とし、ヘッドの密度、張力、曲げ剛性(ヘッドの厚みとヤング率)の分布や、ケトルの密度、曲げ剛性、形状の最適値を探索する。</p>
------	---

<p>研究のポイント</p>	<p>① 膜鳴楽器「タブラ」の物理的動特性の高精度数値解析手法の構築 …</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・「タブラ」の振動-音響連成場に関する支配方程式の構築</li> <li>・支配方程式のスペクトル法による数値解析手法の構築</li> <li>・実測値との比較による数値解析手法の妥当性の検討</li> </ul> <p>② 楽器（新しい「タブラ」）の新規形態デザイン …</p> <p>説明書に掲載の図1に示すような原理によって、ピッチ感がより明瞭となるような、楽器(新しい「タブラ」)の形態の最適化と、代替材料の提案を含む新規形態の探索</p> <p>③ 新規形態楽器の試作と評価 …</p> <p>楽器の実体試作と、その物理特性測定と主観評価実験による性能評価</p>
<p>研究結果</p>	<p>「タブラ」全体系としての振動-音響連成場をスペクトル法によって数値解析するプログラムを開発した。開発したプログラムを用いて、「タブラ」のピッチ感の観点からの設計を試みた。説明書の図1の写真中、右側の「ダヤ(dayan)」の現状の形態を、以下のように設定した。ヘッドの周辺部分はなめし皮、パッチ部分は石炭の密度とヤング率を与えた。ヘッドの物性値(密度・厚み・ヤング率)の場所依存性は、実物の状況を精度良く表現できるような数学関数を構築し、それによって与えた。目的関数 <math>Q</math> は固有周波数と整数比の誤差の2乗和とし、設計変数をヘッドの物性値とその場所依存性を表現する関数パラメータとして、目的関数 <math>Q</math> がなるべく小さくなる設計変数の組み合わせを手動で求めた。説明書の図3に、真空中における均一な円形膜、現状の「タブラ」の形態、目的関数 <math>Q</math> が最小となる新規形態の、それぞれにおける正規化固有周波数の分布を示している。さらに、開発したプログラムを用いて、「タブラ」の物理モデリング音響合成も行った。説明書の図4に、ヘッドが均一である場合の放射音圧のスペクトログラムを示している。説明書の図5は、本研究で得られた新規形態の「タブラ」の放射音圧のスペクトログラムである。均一な場合とは大きく異なり、整数比に近い部分音が生じていることがよく分かる。</p>
<p>今後の課題</p>	<p>今後の課題は、数値計算をさらに高精度化して計算結果の信頼性を向上させることと、設計変数の探索範囲を広げることである。また、最適化の手法として、各種の数値最適化アルゴリズムを導入することも考えられる。研究が順調に進展すれば、開発した数値解析プログラムによってデザインされた新規形態の楽器の実体試作と、その性能評価に取り組みたい。</p> <p>この研究を通して、ある楽器をどのような材質と形状で作れば、どのような音響特性となるかを精密に予測計算できるようになれば、既存の楽器らしさの向上のみに留まらず、新しく個性的な楽器と音色の創生、さらには音楽芸術の創生へ波及する可能性もある。加えて、振動・音響物理学という科学に裏付けされた「理論的デザイン」が予見できる。楽器デザイン・制作のプロセスは、「職人的技術者」に大きく依存する部分がいまだ多く、そのようなもっぱら人の営みとされてきた楽器デザインの領域に、科学的な立場からの新しい方法を提示できることを期待している。</p>

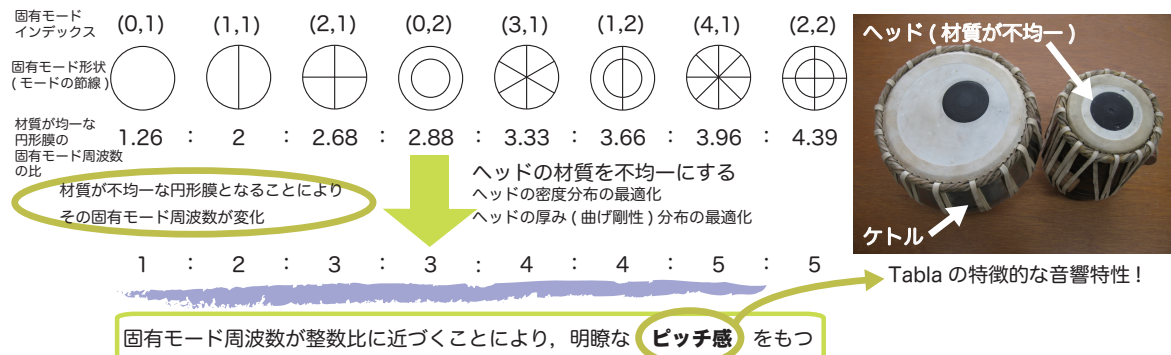


図1 ヘッド(円形膜)の固有振動モードと「タブラ」のピッチ感との関係

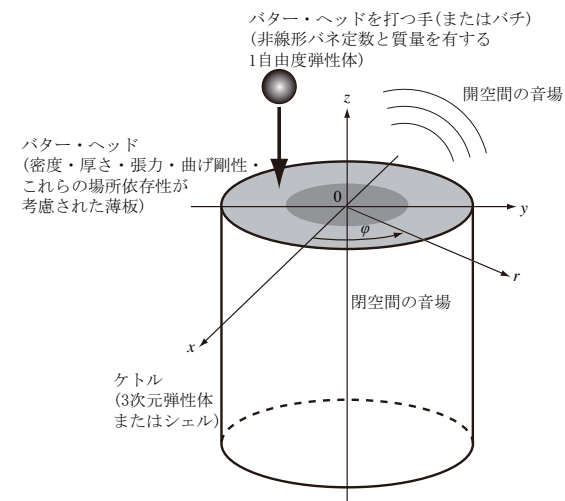


図2 「タブラ」の基本構成要素とその物理モデル

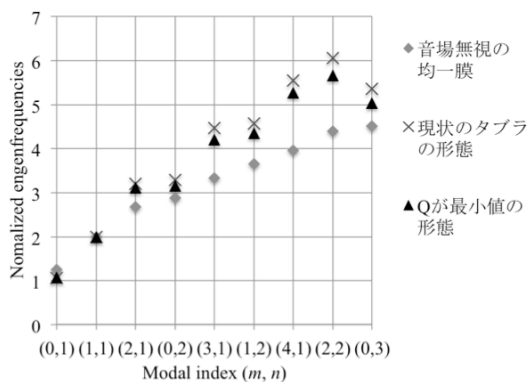


図3 「タブラ」の正規化固有周波数

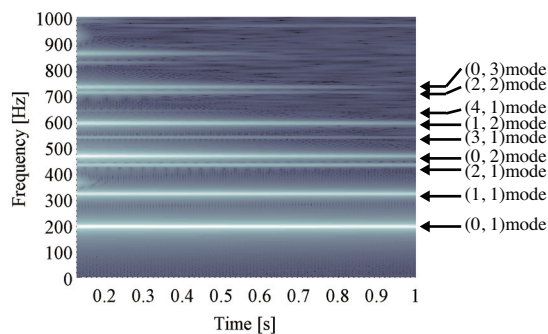


図4 ヘッドが均一な場合の「タブラ」の放射音のスペクトログラム

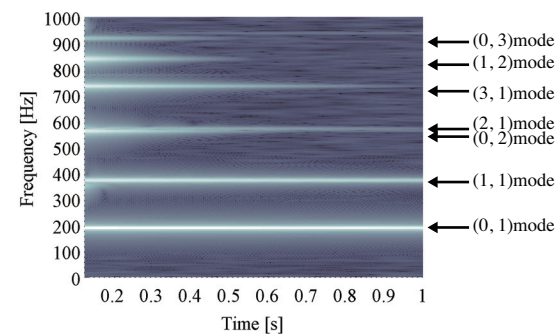


図5 評価関数が最小値をとる形態の「タブラ」の放射音のスペクトログラム